

POJĘCIA PODSTAWOWE

- **Punkt** – pojęcie pierwotne, obiekt bezwymiarowy; dwa punkty mogą różnić się co najwyżej położeniem

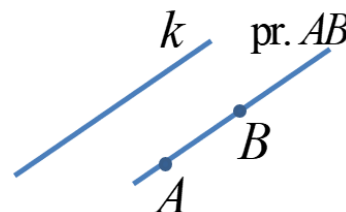
Prosta - składa się z nieskończonej ilości punktów

- przez jeden punkt można poprowadzić nieskończoną ilość prostych
- przez dwa dowolne różne punkty można poprowadzić dokładnie jedną prostą

- trzy lub więcej punktów leżących na jednej prostej nazywamy

punktami współliniowymi

- jeżeli przez trzy punkty nie da się przeprowadzić jednej prostej, to nie są współliniowe



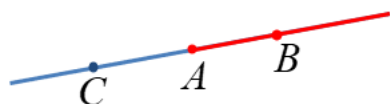
Wzór na liczbę prostych poprowadzonych przez n punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe: $\frac{n \cdot (n-1)}{2} \quad n \geq 2$



Płaszczyzna - składa się z nieskończonej ilości punktów

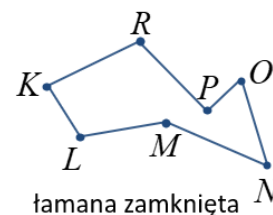
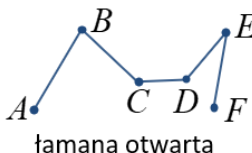
- można na niej poprowadzić nieskończoną ilość prostych

Odcinek AB - zbiór punktów prostej AB leżących pomiędzy tymi punktami, łącznie z punktami A i B



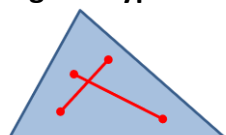
Półprosta AB, AC - każda z dwóch części, na które punkt A podzielił daną prostą, wraz z punktem A

Łamana – suma skończonej liczby odcinków

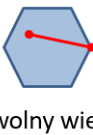
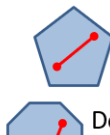


FIGURY WKŁĘSŁE I WYPUKŁE

Figura wypukła – figura, która zawiera każdy odcinek o końcach należących do tej figury



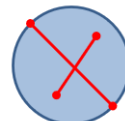
Dowolny trójkąt jest figurą wypukłą.



Dowolny wielokąt foremny jest figurą wypukłą.

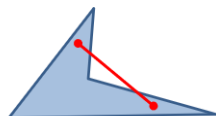


Odcinek, prosta, półprosta są figurami wypukłymi.

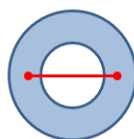


Koło jest figurą wypukłą.

Figura wklęsła – figura, do której należą takie dwa punkty, że odcinek o końcach w tych punktach nie należy w całości do tej figury

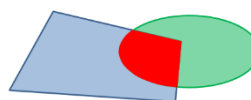


Nie każdy czworokąt jest figurą wypukłą.

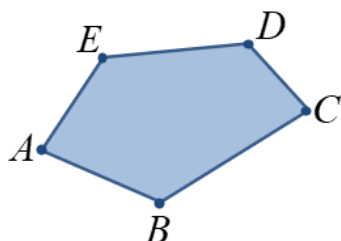


Okrąg nie jest figurą wypukłą.

Część wspólna figur wypukłych jest figurą wypukłą.



WIELOKĄT



Wielokąt – część płaszczyzny ograniczona łamaną zamkniętą zwyczajną wraz z tą łamaną

Bok wielokąta – odcinek należący do łamanej

Wierzchołek wielokąta – wspólny koniec dwóch boków

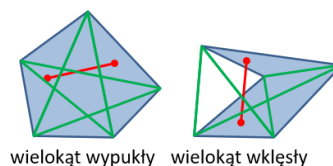
Przekątna wielokąta – odcinek łączący dwa wierzchołki wielokąta nieleżące na tym samym boku; przekątna nie musi zawierać się w wielokącie

Wzór na liczbę przekątnych wielokąta o n bokach:

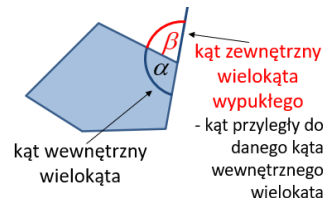
$$\frac{n(n-3)}{2}, n \geq 3$$

Wzór na sumę miar kątów wielokąta o n bokach:

$$(n-2) \cdot 180^\circ, n \geq 3$$



wielokąt wypukły wielokąt wklęsły



wielokąt foremny – wielokąt, którego wszystkie boki są tej samej długości i wszystkie kąty wewnętrzne są tej samej miary



$n = 3$



$n = 4$



$n = 5$



$n = 6$



$n = 7$



$n = 8$



$n = 10$



$n = 12$

To nie są wielokąty foremne:



boki nie są tej samej długości



kąty nie są tej samej miary

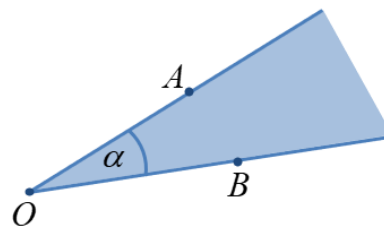
KĄTY

Kąt – suma dwóch półprostych o wspólnym początku i jednej z dwóch części płaszczyzny utworzonych przez tę sumę półprostych

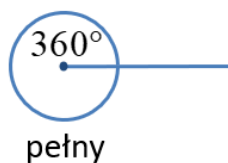
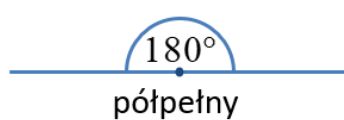
półproste – **ramiona kąta**

punkt wspólny półprostych – **wierzchołek kąta**

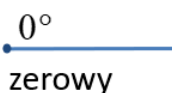
oznaczenia: $\sphericalangle AOB$, α , β



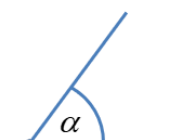
RODZAJE KĄTÓW



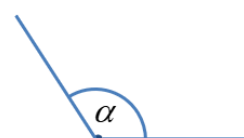
prosty



zerowy



ostry
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$



rozwarty
 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

wypukły

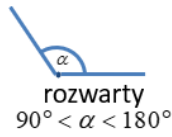
$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$
lub $\alpha = 360^\circ$



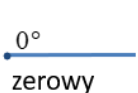
ostry
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$



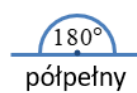
prosty



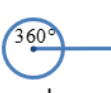
rozwarty
 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$



zerowy



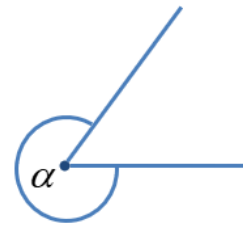
półpełny



pełny

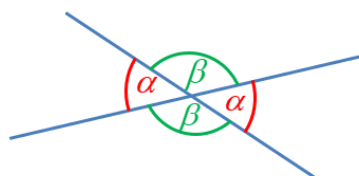
wklęsły

$180^\circ < \alpha < 360^\circ$



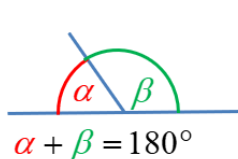
WŁASNOŚCI KĄTÓW

Kąty wierzchołkowe – kąty mniejsze od kąta półpełnego, w których ramiona jednego kąta są przedłużeniem ramion drugiego kąta

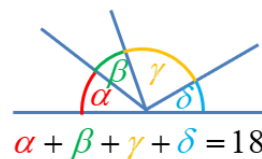


Kąty wierzchołkowe są równe.

Kąty przyległe – kąty, które mają jedno wspólne ramie, a dwa pozostałe ramiona tworzą prostą



$\alpha + \beta = 180^\circ$



$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ$

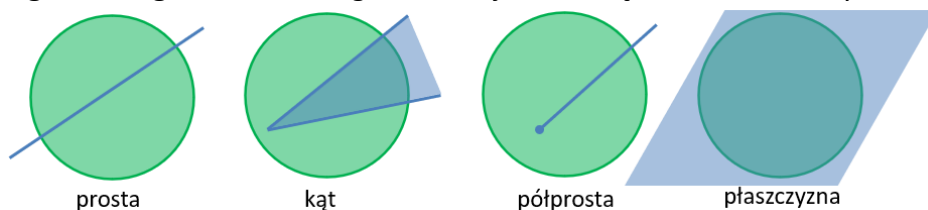
Suma kątów przyległych tworzy kąt półpełny.

FIGURY OGRANICZONE I NIEOGRANICZONE

Figura ograniczona – figura, którą da się zawrzeć w pewnym kole

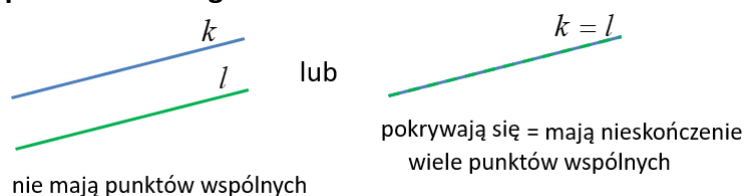


Figura nieograniczona – figura, której nie da się zawrzeć w żadnym kole

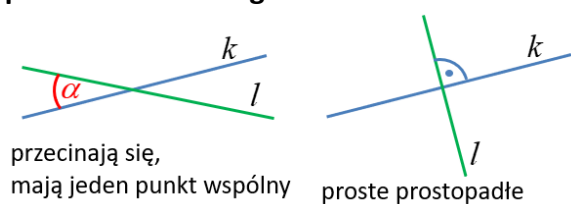


WZAJEMNE POŁOŻENIE PROSTYCH NA PŁASZCZYŹNIE

proste równoległe



proste nierównoległe



Kąt między dwiema prostymi przecinającymi się to kąt wyznaczony przez te proste, nie większy niż kąt prosty.

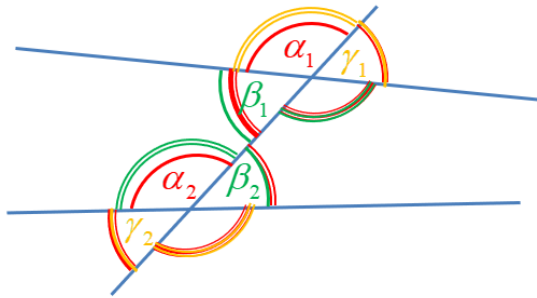
Odcinki równoległe leżą na prostych równoległych.



Odcinki prostopadłe leżą na prostych prostopadłych.



DWIE PROSTE PRZECIĘTE TRZECIĄ PROSTĄ



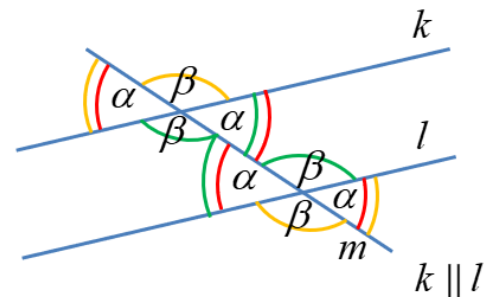
α_1, α_2 - kąty odpowiadające

β_1, β_2 - kąty naprzemianległe wewnętrznie

γ_1, γ_2 - kąty naprzemianległe zewnętrznie

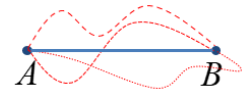
Jeżeli dwie proste **równoległe** są przecięte trzecią prostą, to:

- kąty **odpowiadające** mają **równe miary**,
- kąty **naprzemianległe wewnętrznie** mają **równe miary**,
- kąty **naprzemianległe zewnętrznie** mają **równe miary**.

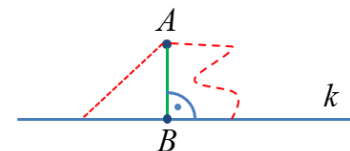


ODLEGŁOŚCI NA PŁASZCZYŹNIE

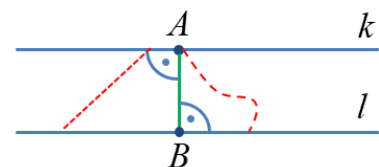
Odległość dwóch punktów – długość najkrótszej drogi między tymi punktami



Odległość punktu A od prostej k – długość odcinka prostopadłego do prostej k, którego jednym końcem jest punkt A, a drugim jego końcem jest punkt B leżący na prostej k



Odległość między dwiema prostymi równoległymi – długość odcinka prostopadłego do danych prostych, którego końce leżą na tych prostych

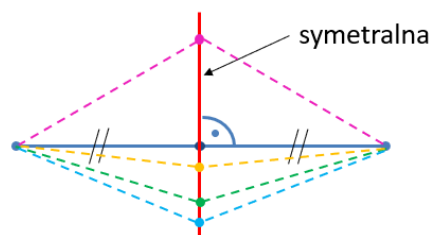


SYMETRALNA ODCINKA

Symetralna odcinka – prosta przecinająca odcinek pod kątem prostym i dzieląca go na dwie równe części

Symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców tego odcinka.

Punkt należy do symetralnej odcinka wtedy i tylko wtedy, gdy odległości tego punktu od końców odcinka są równe.

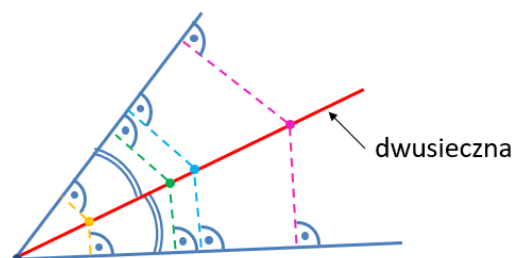


DWUSIECZNA KĄTA

Dwusieczna kąta – półprosta o początku w wierzchołku kąta, dzieląca ten kąt na dwa kąty równych miar

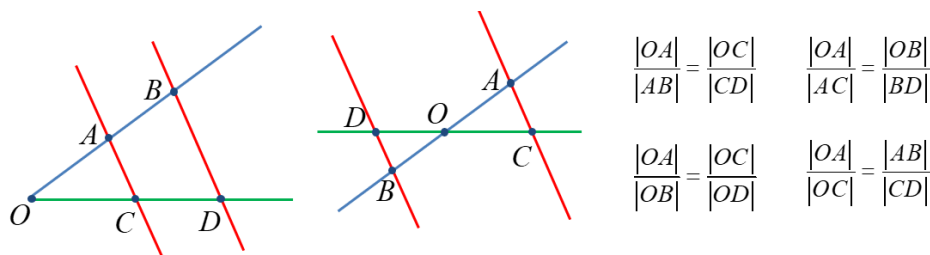
Dwusieczna kąta wypukłego jest zbiorem punktów kąta równoodległych od ramion tego kąta.

Punkt należy do dwusiecznej kąta wypukłego wtedy i tylko wtedy, gdy odległości tego punktu od ramion kąta są równe.



TWIERDZENIE TALESA

Jeżeli ramiona kąta AOC przetniemy prostymi równoległymi AC i BD , to stosunek długości odcinków utworzonych przez te proste na ramieniu OA jest równy stosunkowi odcinków utworzonych przez te proste na ramieniu OC .



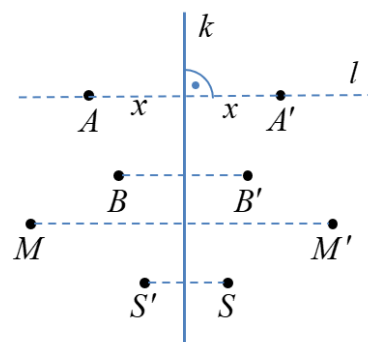
TWIERDZENIE ODWROTNE DO TWIERDZENIA TALESA

Jeżeli ramiona kąta AOC przetniemy prostymi AC i BD oraz stosunek długości odcinków utworzonych przez te proste na ramieniu OA jest równy stosunkowi odcinków utworzonych przez te proste na ramieniu OC , to proste te są równoległe.

SYMETRIA OSIOWA

Punkt A jest symetryczny do punktu A' względem prostej k , jeżeli punkty A i A' leżą:

- na prostej prostopadłej do prostej k ,
- w tej samej odległości od prostej k ,
- po przeciwnych stronach prostej k .

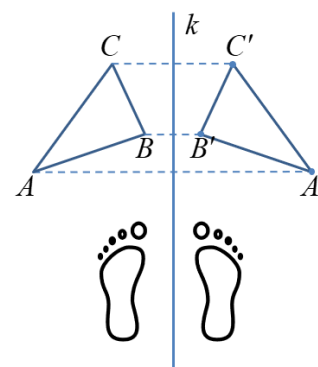


FIGURY WZAJEMNIE SYMETRYCZNE WZGLĘDEM PROSTEJ

Dwie figury są wzajemnie symetryczne względem prostej k wtedy i tylko wtedy, gdy każdy punkt jednej z figur jest obrazem w symetrii osiowej względem prostej k odpowiedniego punktu drugiej figury.

Własności symetrii osiowej:

- zachowuje długości, odległości
- zachowuje miary kątów
- każdy punkt leżący na osi symetrii jest symetryczny względem siebie



OŚ SYMETRII

Oś symetrii figury – prosta, względem której ta figura jest osiowosymetryczna

Oś symetrii dzieli figurę na dwie przystające części.

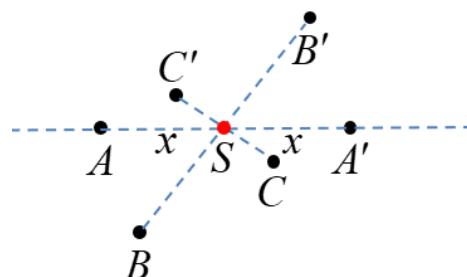
Figurę posiadającą oś symetrii nazywamy **osiowosymetryczną**.



SYMETRIA ŚRODKOWA

Punkt A jest symetryczny do punktu A' względem środka S , jeżeli punkt A' leży:

- na prostej AS ,
- w tej samej odległości od punktu S , co punkt A ,
- po przeciwnej stronie punktu S niż punkt A .

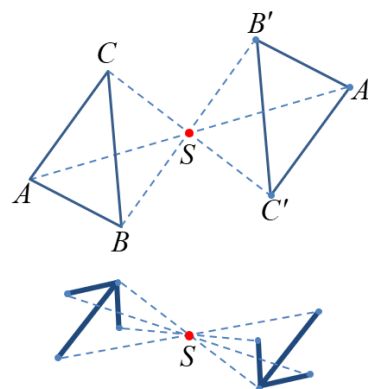


FIGURY WZAJEMNIE SYMETRYCZNE WZGLĘDEM PUNKTU

Dwie figury są wzajemnie symetryczne względem punktu S wtedy i tylko wtedy, gdy każdy punkt jednej z figur jest obrazem w symetrii środkowej względem punktu S odpowiedniego punktu drugiej figury.

Własności symetrii środkowej:

- zachowuje długości, odległości
- zachowuje miary kątów
- punkt będący środkiem symetrii jest symetryczny względem samego siebie

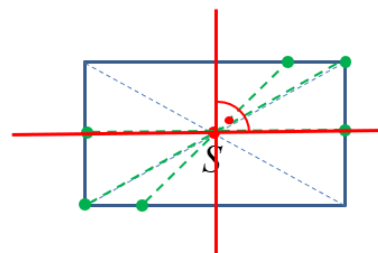


ŚRODEK SYMETRII

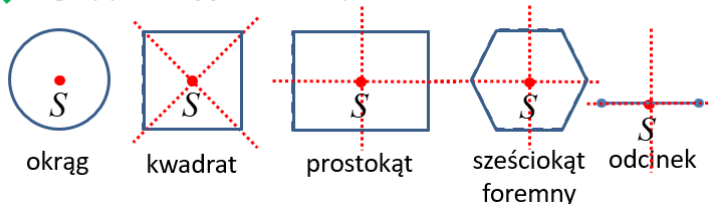
Środek symetrii figury – punkt, względem którego dana figura jest sama do siebie **środkowsymetryczna**

Figura środkowsymetryczna obrócona o 180° wokół swojego środka symetrii nałoży się sama na siebie.

Jeśli figura ma dwie prostopadłe do siebie osie symetrii, to ich punkt przecięcia jest środkiem symetrii danej figury.



✓ Figury posiadające środek symetrii:



✗ Figury nieposiadające środka symetrii:

