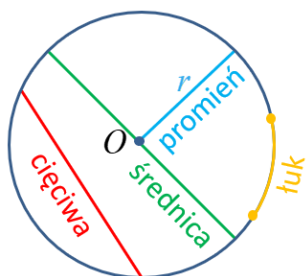


OKRĄG – PODSTAWOWE DEFINICJE



Okąg o środku O i promieniu r ($r > 0$) - zbiór wszystkich punktów, których odległość od punktu O jest równa r

Promień okręgu – odcinek łączący środek okręgu z dowolnym punktem tego okręgu

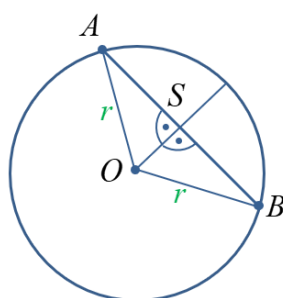
Cięciwa okręgu – odcinek łączący dwa dowolne punkty okręgu

Średnica okręgu – cięciwa przechodząca przez środek tego okręgu
– najdłuższa cięciwa okręgu $d = 2r$

Łuk okręgu – część okręgu wyznaczona przez dwa punkty okręgu wraz z tymi punktami

Długość okręgu: $L = 2\pi r = \pi d$

CIĘCIWA I PROMIEŃ

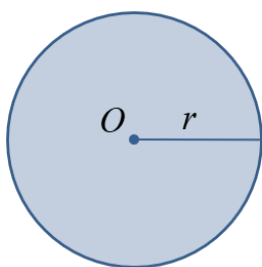


Jeśli promień okręgu przechodzi przez środek cięciwy, to jest on prostopadły do tej cięciwy.

Jeśli promień jest prostopadły do cięciwy, to przechodzi przez środek tej cięciwy.

$$OS \perp r \Leftrightarrow |AS| = |BS|$$

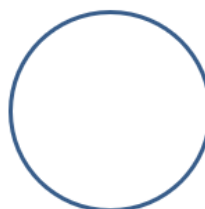
KOŁO



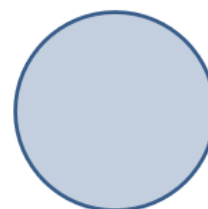
Koło o środku w punkcie O i promieniu r ($r > 0$) - zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których odległości od punktu O jest mniejsza lub równa r .

oznaczenie: $k(O, r)$

pole koła: $P = \pi r^2$

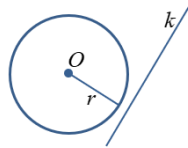


okrąg

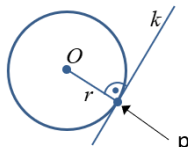


koło

WZAJEMNE POŁOŻENIE PROSTEJ I OKRĘGU

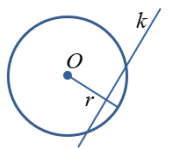


Prosta nie ma z okręgiem punktów wspólnych – **prosta rozłączna z okręgiem**.
 $d(O, k) > r$



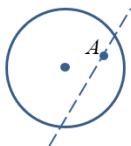
Prosta ma z okręgiem dokładnie jeden punkt wspólny – **prosta styczna do okręgu**.
 $d(O, k) = r$

punkt styczności

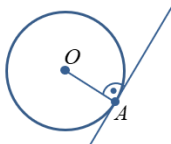


Prosta ma dokładnie dwa punkty wspólne z okręgiem – prosta przecinająca okrąg – **sieczna okręgu**.
 $d(O, k) < r$

PROSTE STYCZNE DO OKRĘGU

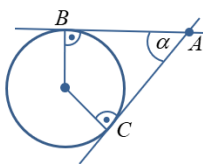


Przez punkt leżący wewnątrz okręgu nie da się poprowadzić stycznej do tego okręgu.



Przez punkt leżący na okręgu można poprowadzić dokładnie jedną styczną do tego okręgu.

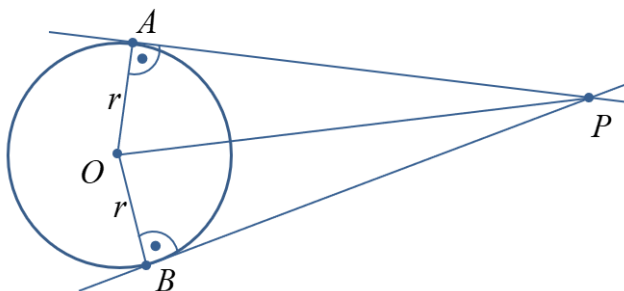
Punkt ten jest jednocześnie punktem styczności.



Przez punkt leżący poza okręgiem można poprowadzić dokładnie dwie styczne do tego okręgu.

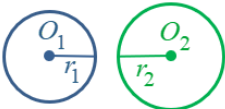
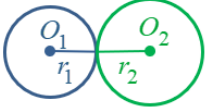
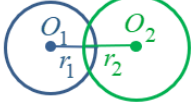
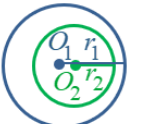
Kąt wypukły BAC – kąt, pod którym widać okrąg z punktu A .

TWIERDZENIE O ODCINKACH STYCZNYCH



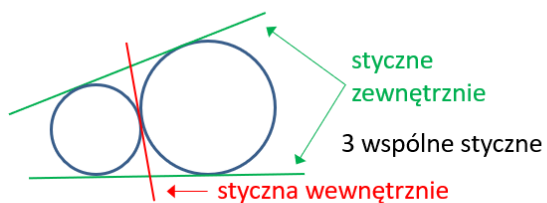
Jeżeli styczne do okręgu w punktach A i B przecinają się w punkcie P to $|PA| = |PB|$.

WZAJEMNE POŁOŻENIE DWÓCH OKRĘGÓW

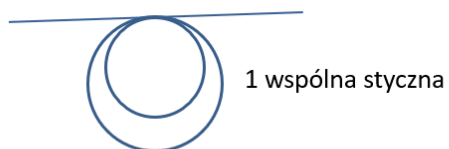
	okręgi rozłączne zewnętrznie	$ O_1O_2 > r_1 + r_2$
	okręgi styczne zewnętrznie	$ O_1O_2 = r_1 + r_2$
	okręgi przecinające się	$ r_1 - r_2 < O_1O_2 < r_1 + r_2$
	okręgi styczne wewnętrznie	$ O_1O_2 = r_1 - r_2 \neq 0$
	okręgi rozłączne wewnętrznie	$ O_1O_2 < r_1 - r_2 $

WSPÓLNE STYCZNE DWÓCH OKRĘGÓW

1) okręgi styczne zewnętrznie



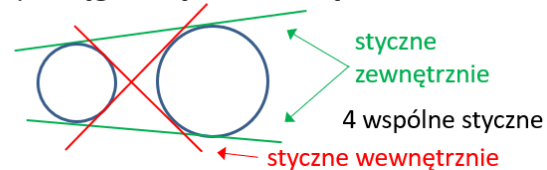
2) okręgi styczne wewnętrznie



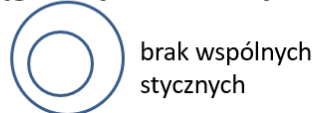
3) okręgi przecinające się



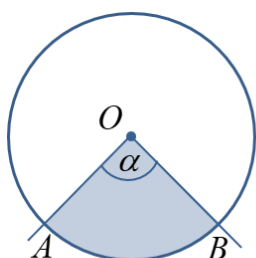
4) okręgi rozłączne zewnętrznie



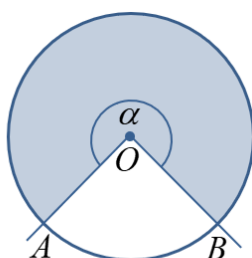
5) okręgi rozłączne wewnętrznie



KĄT ŚRODKOWY



kąt środkowy
wypukły oparty
na łuku AB



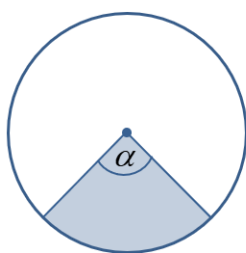
kąt środkowy
wklęsły oparty
na łuku AB

kąt środkowy koła – kąt, którego wierzchołek znajduje się w środku koła

Miara kąta środkowego jest wprost proporcjonalna do długości łuku, na którym oparty jest ten kąt.

$$l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r \quad l - \text{długość łuku}$$

WYCINEK KOŁA

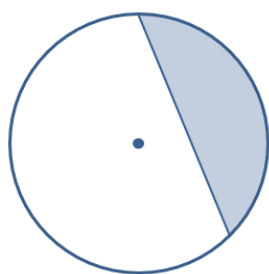


Wycinek koła – część koła ograniczona łukiem i ramionami kąta środkowego
– część wspólna koła i kąta środkowego

$$P_w = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot P_k = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

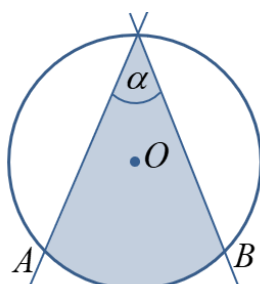
$$L_w = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot L_k = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

ODCINEK KOŁA



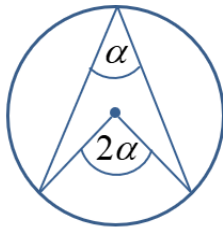
Odcinek koła – część koła odcięta przez cięciwą, wraz z tą cięciwą
Każda cięciwa wyznacza dwa odcinki koła.
Średnica dzieli koło na dwa półkola.

KĄT WPISANY W KOŁO



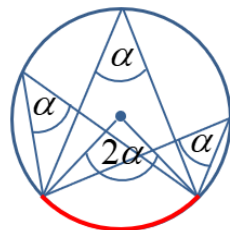
Kąt wpisany w koło – kąt wypukły wyznaczony przez dwie cięciwy o wspólnym końcu, będącym wierzchołkiem kąta

KĄT WPISANY I ŚRODKOWY OPARTE NA TYM SAMYM ŁUKU



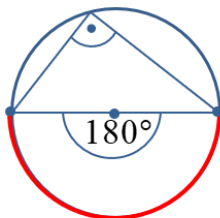
Jeżeli kąt środkowy i kąt wpisany są oparte na tym samym łuku, to kąt środkowy jest dwa razy większy od kąta wpisanego.

KĄTY WPISANE OPARTE NA TYM SAMYM ŁUKU



Kąty wpisane oparte na tym samym łuku mają równe miary.

KĄT WPISANY OPARTY NA PÓŁOKRĘGU

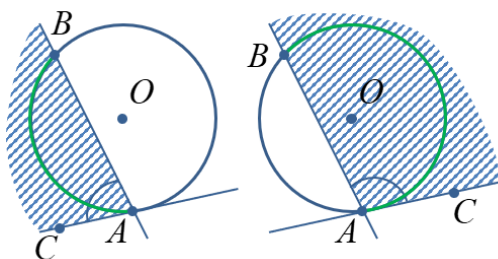


Kąt wpisany oparty na półokręgu ma miarę 90° .

Trójkąt wpisany w okrąg, którego jednym z boków jest średnica tego okręgu jest trójkątem prostokątnym.

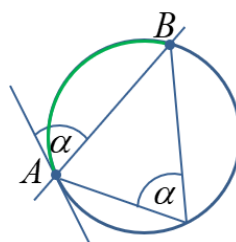
Jeśli trójkąt prostokątny jest wpisany w okrąg, to przeciwprostokątna jest średnicą.

KĄT DOPISANY DO OKRĘGU



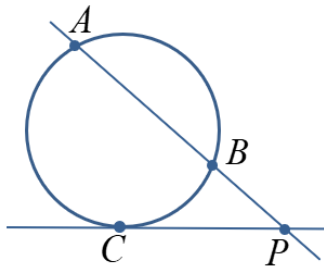
Kąt dopisany do okręgu w punkcie A należącym do okręgu – kąt wypukły, wyznaczony przez styczną do okręgu w punkcie A oraz półprostą zawierającą cięciwę o końcu w punkcie A .

Częścią wspólną kąta i okręgu jest łuk. Kąt dopisany jest oparty na tym łuku.



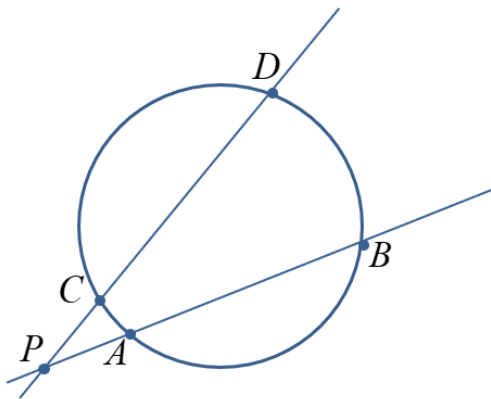
Kąt dopisany i wpisany oparte na tym samym łuku, są równe.

TWIERDZENIE O STYCZNEJ I SIECZNEJ



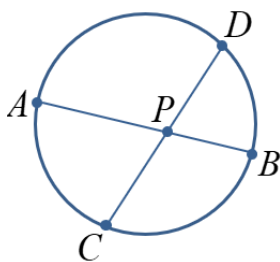
Jeżeli przez punkt P leżący poza okręgiem poprowadzimy sieczną przecinającą okrąg w punktach A i B oraz styczną do okręgu w punkcie C , to $|PA| \cdot |PB| = |PC|^2$.

TWIERDZENIE O SIECZNYCH



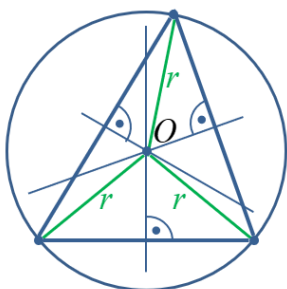
Jeżeli dwie proste przecinają okrąg odpowiednio w punktach A i B oraz C i D , a do tego przecinają się w punkcie P leżącym na zewnątrz okręgu, to $|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$.

TWIERDZENIE O CIĘCIWACH



Jeżeli cięciwy AB i CD okręgu przecinają się w punkcie P , to $|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$.

OKRĄG OPISANY NA TRÓJKĄCIE



środek okręgu – punkt równo oddalony od każdego punktu leżącego na okręgu

środek okręgu opisanego na trójkącie – punkt równo oddalony od każdego wierzchołka tego trójkąta

Punkt należy do symetralnej odcinka wtedy i tylko wtedy, gdy odległości tego punktu od końca odcinka są równe.

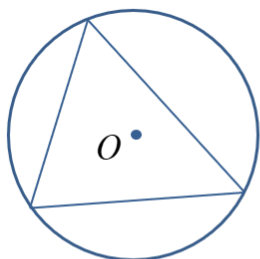
Symetralne boków dowolnego trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Punkt przecięcia symetralnych boków trójkąta jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie.

Na każdym trójkącie można opisać okrąg.

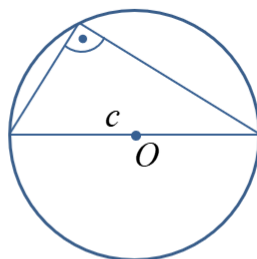
okrąg opisany na trójkącie = trójkąt wpisany w okrąg.

TRÓJKĄT OSTROKĄTNY



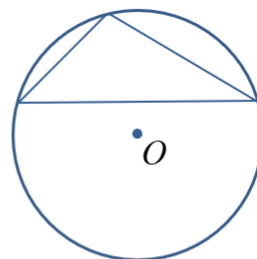
Środek okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym leży wewnątrz tego trójkąta.

TRÓJKĄT PROSTOKĄTNY



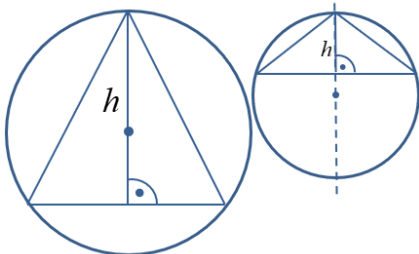
Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym leży na przeciwprostokątnej (dzieli przeciwprostokątną na połowy). $R = \frac{1}{2}c$

TRÓJKĄT ROZWARTOKĄTNY



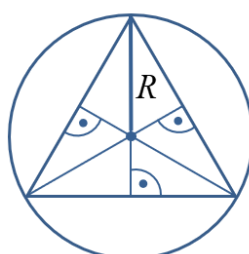
Środek okręgu opisanego na trójkącie rozwartokątnym leży poza tym trójkątem.

TRÓJKĄT RÓWNORAMIENNY



Środek okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym leży na prostej zawierającej wysokość poprowadzoną na podstawę trójkąta.

TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY



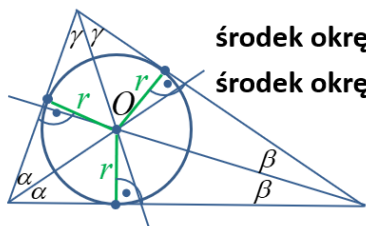
Środek okręgu opisanego na trójkącie równobocznym jest punktem przecięcia wysokości tego trójkąta.

(w trójkącie równobocznym wysokości, symetralne, środkowe i dwusieczne kątów pokrywają się)

Środkowe przecinają się w punkcie, który dzieli każdą z nich w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka.

$$R = \frac{2}{3}h$$

OKRĄG WPISANY W TRÓJKĄT



środek okręgu – punkt równo oddalony od każdego punktu leżącego na okręgu

środek okręgu wpisanego w trójkąt – punkt równo oddalony od każdego boku tego trójkąta

Punkt należy do dwusiecznej kąta wtedy i tylko wtedy, gdy odległości tego punktu od ramion kąta są równe.

Dwusieczne kątów dowolnego trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

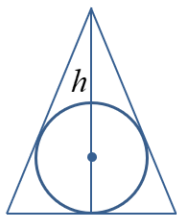
Punkt przecięcia dwusiecznych kątów trójkąta jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt.

W każdy trójkąt można wpisać okrąg.

okrąg wpisany w trójkąt = trójkąt opisany na okręgu

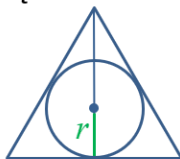
środek okręgu wpisanego w trójkąt leży zawsze wewnątrz trójkąta

TRÓJKĄT RÓWNOBOKOWY



Środek okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny leży na wysokości poprowadzonej na podstawę trójkąta.

TRÓJKĄT RÓWNOBOKOWY



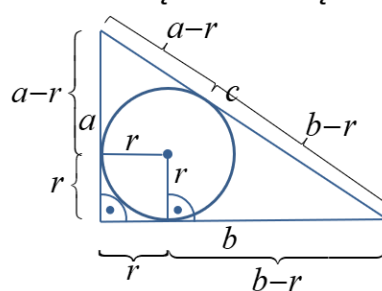
Środek okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny jest punktem przecięcia wysokości tego trójkąta.

(w trójkącie równobocznym wysokości, symetralne, środkowe i dwusieczne kątów pokrywają się)

Środkowe przecinają się w punkcie, który dzieli każdą z nich w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka.

$$r = \frac{1}{3} h$$

TRÓJKĄT PROSTOKĄTNY



$$r = \frac{a+b-c}{2}$$