

TOŻSAMOŚCI TRYGNOMETRYCZNE

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1, \alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

WZORY REDUKCYJNE

β	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3}{2}\pi - \alpha$	$\frac{3}{2}\pi + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

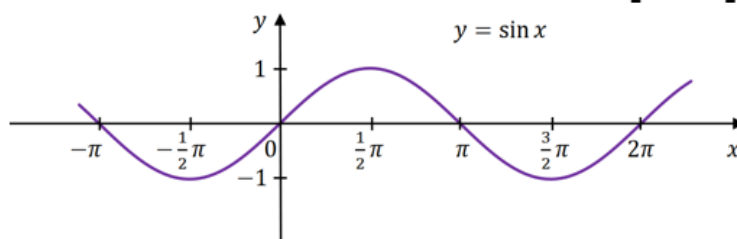
WARTOŚCI FUNKCJI TRYGNOMETRYCZNYCH DLA WYBRANYCH KĄTÓW

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

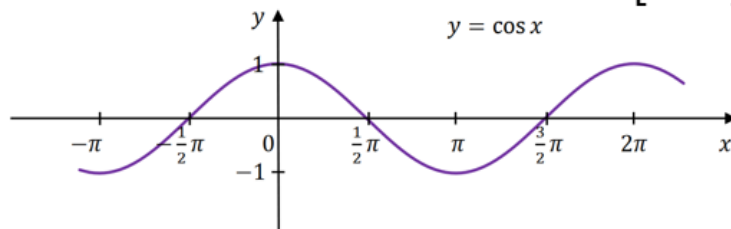
α	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	0	-1	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	-	0	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	0	-	0

FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE ZMIENNEJ RZECZYWISTEJ

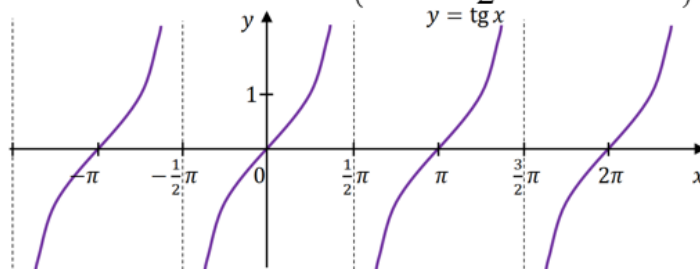
$$y = \sin x \quad x \in \mathbb{R} \quad ZW \sin = [-1, 1]$$



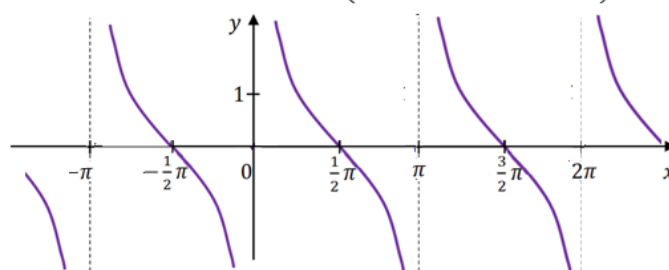
$$y = \cos x \quad x \in \mathbb{R} \quad ZW \cos = [-1, 1]$$



$$y = \operatorname{tg} x \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ x : x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \quad ZW \operatorname{tg} = \mathbb{R}$$



$$y = \operatorname{ctg} x \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{ x : x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \} \quad ZW \operatorname{ctg} = \mathbb{R}$$





OKRESOWOŚĆ FUNKCJI

Funkcję f nazywamy **okresową** wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taka niezerowa liczba T , że dla każdej liczby x należącej do dziedziny funkcji f , liczba $x + T$ również należy do dziedziny tej funkcji i zachodzi równość: $f(x + T) = f(x)$.

Liczbę T nazywamy **okresem funkcji** f .

Najmniejszy możliwy okres funkcji nazywamy **okresem podstawowym** lub okresem zasadniczym i oznaczamy T_0 .

OKRESOWOŚĆ FUNKCJI TRYGNOMETRYCZNYCH

$$\sin \alpha = \sin(2k\pi + \alpha), \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \alpha = \cos(2k\pi + \alpha), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(k\pi + \alpha), \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(k\pi + \alpha), \quad \alpha \neq n\pi$$

PARZYSTOŚĆ I NIEPARZYSTOŚĆ FUNKCJI

Funkcję f nazywamy **parzystą** wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej liczby x należącej do dziedziny funkcji f liczba $(-x)$ również należy do dziedziny tej funkcji oraz zachodzi równość $f(x) = f(-x)$.

Funkcję f nazywamy **nieparzystą** wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej liczby x należącej do dziedziny funkcji f liczba $(-x)$ również należy do dziedziny tej funkcji oraz zachodzi równość $f(-x) = -f(x)$.

PARZYSTOŚĆ I NIEPARZYSTOŚĆ FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha, \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$