



KURS TRYGONOMETRIA

LEKCJA 10 dla poziomu PODSTAWOWEGO + ROZSZERZONEGO

Funkcje trygonometryczne sumy, różnicy,
wielokrotności kąta. Sumy i różnice funkcji
trygonometrycznych.

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Liczba $\sin \frac{\pi}{12}$ jest równa:

a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

c) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$

Pytanie 2

Liczba $\cos 105^\circ$ jest równa:

a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$

Pytanie 3

Liczba $\cos 81^\circ \cdot \cos 21^\circ + \sin 81^\circ \cdot \sin 21^\circ$ jest równa:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) 1

Pytanie 4

Liczba $\cos 22^\circ \cdot \cos 23^\circ - \sin 22^\circ \cdot \sin 23^\circ$ jest równa:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) 1

Pytanie 5

Jeśli $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2}{5}$, to:

a) $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$

c) $\sin 2\alpha = \frac{4}{25}$

b) $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$

d) $\sin 2\alpha = \frac{21}{25}$



Pytanie 6

Jeśli $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, to:

a) $\cos 2\alpha = \frac{2}{9}$

c) $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$

b) $\cos 2\alpha = \frac{5}{9}$

d) $\cos 2\alpha = \frac{8}{9}$

Pytanie 7

Różnica $\sin 105^\circ - \sin 15^\circ$ jest równa:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) 1

Pytanie 8

Suma $\cos 125^\circ + \cos 55^\circ$ jest równa:

a) 0

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) 1

Pytanie 9

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = \sin x + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, gdzie $x \in \mathbb{R}$, jest przedział:

a) $[-1, 1]$

b) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

c) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

d) $[-2, 2]$

Pytanie 10

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = \cos^2 x - 3 \sin^2 x + 1$, gdzie $x \in \mathbb{R}$, jest przedział:

a) $[-1, 1]$

b) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

c) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

d) $[-2, 2]$

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Oblicz wartość wyrażenia:

- a) $\cos 70^\circ \cdot \cos 10^\circ + \sin 70^\circ \cdot \sin 10^\circ$
- b) $\sin 28^\circ \cdot \cos 32^\circ + \cos 28^\circ \cdot \sin 32^\circ$
- c) $\sin 99^\circ \cdot \cos 9^\circ - \cos 99^\circ \cdot \sin 9^\circ$
- d) $\cos 145^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 145^\circ \cdot \sin 35^\circ$

Zad. 2

Oblicz:

- | | | | |
|--------------------|---------------------------|----------------------------|--|
| a) $\cos 75^\circ$ | c) $\sin \frac{5\pi}{12}$ | e) $\cos \frac{7\pi}{12}$ | g) $\operatorname{tg} 15^\circ$ |
| b) $\cos 15^\circ$ | d) $\cos \frac{\pi}{12}$ | f) $\sin \frac{13\pi}{12}$ | h) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$ |

Zad. 3

Oblicz:

- a) $\sin 2\alpha$, jeśli $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{3}{4}$
- b) $\cos 2\alpha$, jeśli $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$
- c) $\cos 2\alpha$, jeśli $\cos \alpha = \frac{5}{6}$
- d) $\operatorname{tg} 2\alpha$, jeśli $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ oraz $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

Zad. 4

Oblicz:

- | | |
|--|---|
| a) $\cos \frac{\pi}{8}$ | d) $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ |
| b) $\sin \frac{\pi}{12}$ | e) $\operatorname{tg} 15^\circ + \operatorname{ctg} 15^\circ$ |
| c) $\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$ | f) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}$ |

Zad. 5

Oblicz:

a)
$$\frac{\sin 80^\circ}{8 \cdot \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ}$$

c)
$$\frac{1}{\cos^2 105^\circ} + \frac{1}{\cos^2 165^\circ}$$

b)
$$\cos^2 345^\circ - \cos^2 285^\circ$$

d)
$$\operatorname{tg}^2 15^\circ + \operatorname{tg}^2 75^\circ$$

Zad. 6

Oblicz:

a)
$$\sin 2\alpha, \text{ jeśli } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{4} \text{ oraz } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$$

b)
$$\cos 2\alpha, \text{ jeśli } \sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{2}{3} \text{ oraz } \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

c)
$$\sin 4\alpha, \text{ jeśli } \sin \alpha = \frac{1}{4} \text{ oraz } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$$

d)
$$\cos 4\alpha, \text{ jeśli } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

Zad. 7Dany jest kąt $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, dla którego $\cos \alpha = -0,6$. Oblicz:

a)
$$\sin 3\alpha$$

b)
$$\cos 3\alpha$$

Zad. 8

Wykaż, że:

a)
$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

b)
$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Zad. 9

Oblicz:

a) $\frac{\cos 80^\circ - \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ - \sin 40^\circ}$

b) $\frac{\cos 52^\circ + \cos 68^\circ + \cos 82^\circ}{\sin 127^\circ}$

c) $\frac{\sin 55^\circ + \sin 65^\circ - \cos 25^\circ - \cos 35^\circ}{\sin 42^\circ - \sin 28^\circ}$

d) $\frac{\cos 46^\circ - \sin 16^\circ - \sin 44^\circ}{2 \sin 8^\circ \cos 8^\circ}$

Zad. 10

Przedstaw podane wyrażenie w postaci iloczynu:

a) $\sin \alpha + \cos \alpha$

b) $\sin \alpha + \frac{1}{2}$

c) $\cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\sqrt{3} - 2 \sin \alpha$

Zad. 11

Wyznacz zbiór wartości funkcji:

a) $f(x) = \sqrt{2}(\sin x - \cos x)$

b) $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$

c) $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$

d) $f(x) = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

KONIEC