सीमा पाठ्यक्रम

पाठ 4

तीन अनुक्रम प्रमेय। अंकगणितीय और ज्यामितीय अनुक्रमों के योगफल।

गृहकार्य

भाग 1: टेस्ट

सही उत्तर चुनें (केवल एक सही है)।

प्रश्न 1

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^4+5^4+7^4}$

इस सीमा की गणना कैसे की जा सकती है?

a) तीन अनुक्रम प्रमेय का उपयोग करें

b) भाव को तीन अलग-अलग मूलों में विभाजित करें; परिणाम 3+5+7=15 होगा

c) मूल के भीतर घातों को एक ही आधार पर लाएँ

d) सूत्र $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$. प्रयोग करें; परिणाम 1 होगा

प्रश्न 2

कहते हैं कि अनुक्रम a_n नीचे से अनुक्रम b_n को सीमाबद्ध करता है–इसका अर्थ क्या है?

a) b_n का प्रत्येक पद a_n के किसी भी पद से बड़ा है

b) अनुक्रम a_n ऐसी सीमा की ओर अग्रसर है जो b_n से छोटी है

c) a_n का प्रत्येक पद b_n के संगत पद से बड़ा या उसके बराबर है

d) b_n का प्रत्येक पद a_n के संगत पद से बड़ा या उसके बराबर है

प्रश्न 3

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{4^n+5^n}$

इस सीमा को तीन अनुक्रम प्रमेय से निकालना है। *नीचे की सीमा के लिए कौन-सा अनुक्रम चुनें*??

a) $\sqrt[n]{4^n}$

b) $\sqrt[n]{4^n+4^n}$

c) $\sqrt[n]{5^n}$

d) $\sqrt[n]{5^n+5^n}$

प्रश्न 4

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^n+3^n+3^n+3^n}$$

उपर्युक्त अनुक्रम किस मान की ओर अभिसरित होता है?

a) 4 की ओर

b) ∞ की ओर

c) 0 की ओर

d) 3 की ओर

प्रश्न 5

$$S_n = a_1\frac{1-q^n}{1-q}$$

यह सूत्र ... का सूत्र है।

a) ज्यामितीय अनुक्रम

b) ज्यामितीय अनुक्रम का योग

c) ज्यामितीय अनुक्रम की सीमा

d) ज्यामितीय अनुक्रम का गुणनफल

प्रश्न 6

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2+4+8+16+\ldots 2^n}{10+16+22+\ldots+(6n-2)}$$

ऊपर दी गई सीमा निकालने के लिए किन सूत्रों का उपयोग करना चाहिए?

a) अंश में ज्यामितीय श्रेणी के योग का सूत्र व हर में अंकगणितीय श्रेणी के योग का सूत्र

b) अंश में अंकगणितीय श्रेणी के योग का सूत्र व हर में ज्यामितीय श्रेणी के योग का सूत्र

c) केवल अंकगणितीय श्रेणी के योग का सूत्र

d) केवल ज्यामितीय श्रेणी के योग का सूत्र

प्रश्न 7

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots\right)$$

क्या उपर्युक्त अनुक्रम की सीमा को ज्यामितीय श्रेणी के योग के सूत्र से निकाला जा सकता है?

a) नहीं
b) हाँ

प्रश्न 8

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+1\tfrac{1}{2}+2+2\tfrac{1}{2}+\ldots\right)$$

क्या इस अनुक्रम की सीमा को अंकगणितीय श्रेणी के योग के सूत्र से निकाला जा सकता है?

a) नहीं
b) हाँ

प्रश्न 9

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2\cos n}{n^3+n^2-1}$$

इस सीमा पर तीन अनुक्रम प्रमेय प्रयोग करना है। ऊपर से सीमाबद्ध करने के लिए कौन-सा अनुक्रम चुनना चाहिए?

a) $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2\cos 1}{n^3+n^2-1}$
b) $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2(-1)}{n^3+n^2-1}$
c) $\lim_{n\to\infty}\frac{n^3\cdot 1}{n^3+n^2-1}$
d) $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^3+n^2-1}$

प्रश्न 10

$$\frac{1}{n^2+10}$$

निम्न में से कौन-सा व्यंजक उपर्युक्त अनुक्रम के पद से छोटा है?

a) $\frac{n}{n^2+10}$

b) $\frac{2}{n^2+10}$

c) $\frac{1}{n^2+11}$

d) $\frac{1}{n^2+9}$

भाग 2: अभ्यास

अभ्यास 1

निम्न सीमाएँ हल करो:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2^n+4^n+8^n}$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{5}{6}\right)^n+\left(\frac{3}{4}\right)^n+\left(\frac{11}{12}\right)^n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^n+7^n+11^n+5^n}$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}\left(1+2+\ldots+n\right)$

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\frac{5}{n^2}+\ldots+\frac{2n-1}{n^2}\right)$

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{4^{n-1}}}{4}$

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+2+\ldots+n}{n+2}-\frac{n}{2}\right)$

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin n!}{n}$

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+\sin\left(n-1\right)}{2n^2+2}$

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\left(\frac{1}{n^2+1}+\frac{1}{n^2+2}+\frac{1}{n^2+3}+\ldots+\frac{1}{n^2+n}\right)\right]$

समाप्त