सीमा पाठ्यक्रम

पाठ 7

फलनों की सीमाओं के सूत्र

गृहकार्य

भाग 1: टेस्ट

सही उत्तर चुनें (केवल एक सही है)।

प्रश्न 1

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}=1$$

क्या उपर्युक्त सीमा सही ढंग से निकाली गई है?

a) हाँ

b) नहीं

प्रश्न 2

$$\lim_{x\to 0} x\cot x =$$

इस सीमा की सही गणना कैसे की जाएगी?

a) $\lim_{x\to 0} x\cot x = \lim_{x\to 0} x\frac{\cot x}{x} x = 0$

b) $\lim_{x\to 0} x\cot x = \lim_{x\to 0} x\frac{\cos x}{\sin x} = \lim_{x\to 0} x\frac{\cos x}{\frac{\sin x}{x}} = 1$

c) $\lim_{x\to 0} x\cot x = \lim_{x\to 0} x\frac{\tan x}{x} x = 0$

d) $\lim_{x\to 0} x\cot x = \lim_{x\to 0} x\frac{\sin x}{\cos x} = \lim_{x\to 0} x\frac{\frac{\sin x}{x} x}{\cos x} = 0$

प्रश्न 3

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 4x}$$

इस सीमा की सही गणना कैसे करें?

a) $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 4x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4x}}4x=0$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 4x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\frac{\sin 4x}{2x}2x}=1$

c) $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 4x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4x}4x}=\frac{1}{2}$

d) $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 4x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4}4}=\frac{1}{2}$

प्रश्न 4

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x-\sin 2x}{\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 3x}{3x}3x-\frac{\sin 2x}{2x}2x}{\frac{\sin x}{x}x}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot 3x-1\cdot 2x}{1\cdot x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x}=1$$

ऊपर दी गई सीमा का हिसाब क्यों गलत है?

a) क्योंकि इसका परिणाम गलत है

b) क्योंकि गलत सीमा-सूत्रों का उपयोग किया गया है

c) क्योंकि गणना में आल्जब्रिक/अंकगणितीय त्रुटियाँ हैं

d) क्योंकि $x\to 0$ को हर चरण में समान रूप से नहीं लगाया गया (सिर्फ दूसरे व तीसरे में)

प्रश्न 5

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{\arctan x}$$

इस सीमा को निकालते समय हम जिस तथ्य का उपयोग करेंगे, वह है ...

a) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=1$

c) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arccot} x}{x}=1$

d) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$

प्रश्न 6

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1}{x}=1$$

क्या उपर्युक्त परिणाम सही है?

a) हाँ

b) नहीं

प्रश्न 7

$$\lim_{x\to 0}\frac{10^{2x}-1}{2x}=\boxed{?}$$

इस सीमा का मान क्या होगा?

a) 1

b) 2

c) $\ln 10$

d) $\ln 2$

प्रश्न 8

$$\frac{\sin\square}{\square}$$

उपरोक्त सम्पूर्ण अभिव्यक्ति को 1 पर अभिसरित करने के लिये कौन-से शर्तें पर्याप्त हैं?

a) दोनों बॉक्स में लिखे गये व्यंजक समान हों और उनके तर्क x का मान 0 की ओर जाये
b) दोनों बॉक्स में लिखे गये व्यंजक समान हों
c) दोनों बॉक्स में लिखे गये व्यंजक समान हों और स्वयं 0 की ओर जायें
d) दोनों बॉक्स में लिखे गये व्यंजक 0 की ओर जायें

प्रश्न 9

सत्य कथन यह है कि ...

a) $1-\cos x=\frac{1}{1-\cos x}$
b) $1-\cos x=\frac{1}{\frac{1}{1-\cos x}}$
c) $1-\cos x=1-\frac{1}{\cos x}$
d) $1-\cos x=\sin x$

प्रश्न 10

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$$

उपरोक्त सीमा किस मान की ओर जाती है?

a) ∞
b) यह सीमा अस्तित्व में नहीं है
c) 1
d) 0

भाग 2: अभ्यास

अभ्यास 1

निम्न सीमाएँ हल करो:

1) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$

2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{8x}$

3) $\lim_{x\to 0}\frac{4x}{\sin 5x}$

4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 10x}{\sin 5x}$

5) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 4x}{x}$

6) $\lim_{x\to 0}\frac{\arctan 4x}{3x}$

7) $\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 5x}{\sin 5x}$

8) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x}$

9) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$

10) $\lim_{x\to 0}\frac{3^{4x^2}-1}{7x^2}$

11) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{x}$

12) $\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+x)}{2x}$

13) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{e^x-1}$

14) $\lim_{x\to 0}\frac{4^{-2x}-1}{2x}$

15) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}$

16) $\lim\limits_{x\to 0} \sin 3x \cot 5x$

17) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+4x)}$

18) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin 7x}{\sin 5x}$

19) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 7x - \sin 5x}{\sin x}$

20) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$

21) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x - \sin 4x}{\sin x - \sin 2x}$

22) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\arctan(3x-9)}{x^2-9}$

समाप्त