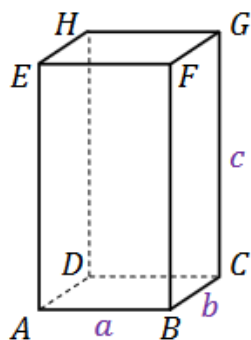
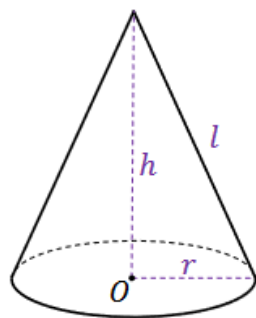


TERMODYNAMIKA – PIERWSZA ZASADA

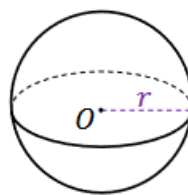
Wzory podstawowe na objętość – szkoła średnia



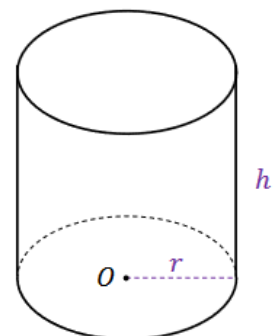
$$V = abc$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = \pi r^2 h$$

Działania na potęgach - szkoła średnia

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$\text{dla } a \neq 0: \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



Podstawowe wzory

Siła (wzór ogólny) $F = ma = mg \left[N = \frac{kg \cdot m}{s^2} \right]$

m - masa $[kg]$

a - przyspieszenie $\left[\frac{m}{s^2} \right]$

g - przyspieszenie ziemskie $\left[9,81 \frac{m}{s^2} \right]$

Gęstość

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\gamma}{g} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

m - masa $[kg]$

V - objętość $[m^3]$

γ - ciężar właściwy $\left[\frac{N}{m^3} \right]$

g - przyspieszenie ziemskie $\left[9,81 \frac{m}{s^2} \right]$

Ciśnienie
(wzór ogólny)

$$p = \frac{F}{A} \left[Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$$

F - siła (nacisku) $\left[N = \frac{kg \cdot m}{s^2} \right]$

A - pole przekroju $[m^2]$

Ciśnienie

$$p = \rho gh = \gamma h [Pa]$$

ρ - gęstość $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

g - przyspieszenie ziemskie $\left[9,81 \frac{m}{s^2} \right]$

h - wysokość $[m]$

γ - ciężar właściwy $\left[\frac{N}{m^3} \right]$

Siła od ciśnienia

$$F = pA [N]$$

p - ciśnienie $\left[Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$

A - pole powierzchni $[m^2]$

Energia
kinetyczna

$$E_K = \frac{mv^2}{2} [J]$$

m - masa $[kg]$

v - prędkość $\left[\frac{m}{s} \right]$

Energia
potencjalna

$$E_P = mgh [J]$$

m - masa $[kg]$

g - przyspieszenie ziemskie $\left[9,81 \frac{m}{s^2} \right]$

h - wysokość $[m]$

Pochodne podstawowe

funkcja	pochodna funkcji	
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$	$[c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$ dla $c \in \mathbb{R}$
$f(x) = x^r$	$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$	$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
		$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$ gdy $g(x) \neq 0$
		$[g(f(x))]' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

Całki podstawowe

$$\int dx = x + C$$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) + \int g(x)$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) - \int g(x)$$

$$\int a f(x) dx = a \int f(x)$$

Przedrostki

Przedrostki												
mnożnik	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
przedrostek	tera	giga	mega	kilo	hekto	deka	decy	centy	mili	mikro	nano	piko
oznaczenie	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p

Miary i jednostki

Miary i jednostki podstawowe SI:

długość $l \Rightarrow [m]$ metr

masa $m \Rightarrow [kg]$ kilogram

czas $t \Rightarrow [s]$ sekunda

temperatura $T \Rightarrow [K]$ kelwin

ilość materii $n \Rightarrow [mol]$ mol

...

Miary i jednostki pochodne SI:

objętość $\Rightarrow [m^3]$ siła $\Rightarrow [kg \cdot \frac{m}{s^2}] = [N]$ Newton

gęstość $\Rightarrow [\frac{kg}{m^3}]$ ciśnienie $\Rightarrow [\frac{N}{m^2}] = [Pa]$ Paskal

energia, praca, ciepło $\Rightarrow [\frac{kg \cdot m^2}{s^2}] = [J]$ Dżul

moc $\Rightarrow [\frac{J}{s}] = [W]$ Wat

Jednostki pozaukładowe:

litr $\Rightarrow [l] = [dm^3] = [10^{-3} m^3]$ kaloria $\Rightarrow [cal] \approx 4,19 [J]$

Stałe i ważne wielkości fizyczne

przyspieszenie ziemskie $g \approx 9,81 [\frac{m}{s^2}]$

stała Boltzmanna $k_B \approx 1,38 \cdot 10^{-23} [\frac{J}{K}]$

stała Avogadro $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} [\frac{1}{mol}]$

stała gazowa (gaz doskonały) $R \approx 8,31 [\frac{J}{mol \cdot K}]$

stała gazowa (powietrze) $r_p \approx 287 [\frac{J}{kg \cdot K}]$

gęstość wody $\rho_w \approx 10^3 [\frac{kg}{m^3}]$

gęstość rtęci $\rho_r \approx 1,36 \cdot 10^4 [\frac{kg}{m^3}]$

temperatura (normalna fizycznie) $T_n = 0 [^{\circ}C] \approx 273,15 [K] \approx 32 [^{\circ}F]$

ciśnienie (normalne fizycznie) $p_n = 1 [atm] = 760 [mmHg] \approx 0,101 [MPa]$

ciepło właściwe wody $c_w \approx 4190 [\frac{J}{kg \cdot K}]$

masa molowa powietrza $M_p \approx 29 [\frac{kg}{kmol}]$

objętość molowa gazu doskonałego $\Phi_m = \frac{V_n}{n} \approx 0,0224 [\frac{m^3}{mol}]$

$$R = k_B \cdot N_A$$

$$r = \frac{R}{M}$$

Opis materii

Ilość materii:

- masa $m [kg]$

- liczba moli $n [mol]$

- objętość $V [m^3]$

gdzie: masa molowa $M = \frac{m}{n}$

(masa jednego mola)

Przepływ materii:

- strumień masy $\dot{m} = \frac{m}{t} [\frac{kg}{s}]$

- strumień objętości $\dot{V} = \frac{V}{t} [\frac{m^3}{s}]$

Właściwości materii:

- gęstość (masa właściwa) $\rho = \frac{m}{V} [\frac{kg}{m^3}]$

- objętość właściwa $\nu = \frac{V}{m} [\frac{m^3}{kg}] = \frac{1}{\rho}$

Temperatura

Skale temperatur:

- skala Kelwina: $T_K [K]$
- skala Celsjusza: $T_C [^{\circ}C]$
- skala Fahrenheita: $T_F [^{\circ}F]$
- skala Rankine'a: $T_R [^{\circ}R]$

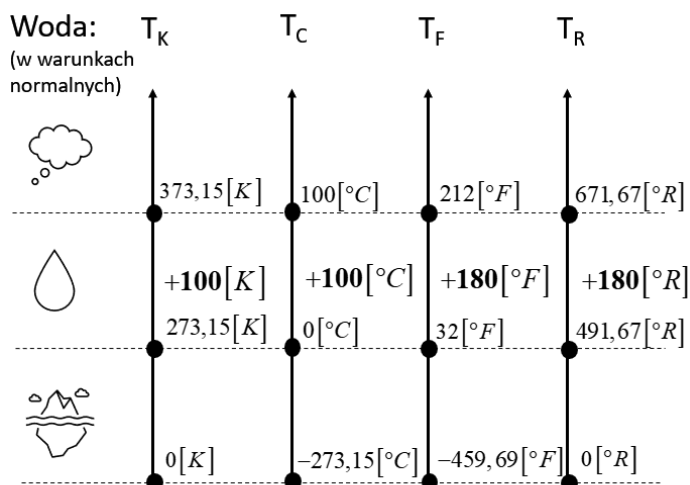
Zależności między skalami:

$$T_K = T_C + 273,15 \Rightarrow \Delta T_K = \Delta T_C$$

$$T_K = \frac{5}{9}(T_F - 32) + 273,15 \Rightarrow \Delta T_K = \frac{5}{9} \Delta T_F$$

$$T_K = \frac{5}{9} T_R \Rightarrow \Delta T_K = \frac{5}{9} \Delta T_R$$

$$\Rightarrow \Delta T_F = \Delta T_R$$



Masa atomowa i cząsteczkowa

μ = masa jednego atomu / cząsteczki $\left[\frac{kg}{kmol} \right]$

1																	18
1H Wodór 1,008 2,2																	2He Hel 4,00
3Li Lit 6,94 1,0	4Be Beryl 9,01 1,6																
11Na Sód 22,99 0,9	12Mg Magnez 24,31 1,3																
19K Potas 39,10 0,8	20Ca Wapń 40,08 1,0	21Sc Skand 44,96 1,4	22Ti Tytan 47,87 1,5	23V Wanad 50,94 1,6	24Cr Chrom 52,00 1,7	25Mn Mangan 54,94 1,6	26Fe Żelazo 55,85 1,8	27Co Kobalt 58,93 1,9	28Ni Nikiel 58,69 1,9	29Cu Miedź 63,55 1,9	30Zn Cynk 65,38 1,7	31Ga Glin 69,72 1,8	32Ge German 72,63 2,0	33As Arsen 74,92 2,2	34Se Selen 78,97 2,6	35Br Brom 79,90 3,0	36Kr Krypton 83,80
37Rb Rubid 85,47 0,8	38Sr Stront 87,62 1,0	39Y Itr 88,91 1,2	40Zr Cyrkon 91,22 1,3	41Nb Niob 92,91 1,6	42Mo Molibden 95,95 2,2	43Tc Technet [97,91] 2,1	44Ru Ruten 101,07 2,2	45Rh Rod 102,91 2,3	46Pd Pallad 106,42 2,2	47Ag Srebro 107,87 1,9	48Cd Kadm 112,41 1,7	49In Ind 114,82 1,8	50Sn Cyna 118,71 2,0	51Sb Antymon 121,76 2,1	52Te Tellur 127,60 2,1	53I Jod 126,90 2,7	54Xe Ksenon 131,29
55Cs Cez 132,91 0,8	56Ba Bar 137,33 0,9	57La* Lantan 138,91 1,1	72Hf Hafn 178,49 1,3	73Ta Tantal 180,95 1,5	74W Wolfram 183,84 1,7	75Re Ren 186,21 1,9	76Os Osm 190,23 2,2	77Ir Iryd 192,22 2,2	78Pt Platyna 195,08 2,2	79Au Złoto 196,97 2,4	80Hg Rtęć 200,59 1,9	81Tl Tal 204,38 1,8	82Pb Ołów 207,2 1,8	83Bi Bizmut 208,98 1,9	84Po Polon [208,98] 2,0	85At Astat [209,99] 2,2	86Rn Radon [222,02]
87Fr Frans [223,02] 0,7	88Ra Rad [226,03] 0,9	89Ac** Aktyn [227,03]	104Rf Rutherford [267,12]	105Db Dubn [268,13]	106Sg Seaborg [271,13]	107Bh Bohr [272,14]	108Hs Has [270,13]	109Mt Meitner [276,15]	110Ds Darmstadt [281,16]	111Rg Roentgen [280,17]	112Cn Kopernik [285,18]	113Nh Nihon [284,18]	114Fl Flerow [289,19]	115Mc Moskow [288,19]	116Lv Liwermor [293,20]	117Ts Tenes [292,21]	118Og Oganeson [294,21]

Np. $\mu_{H_2O} = 2 \cdot 1,008 + 16,00 = 18,02 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$

ilość cząstek: $N = N_A \cdot n$

gdzie: $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{mol} \right]$ – stała Avogadro

Definicje ciśnień

Ciśnienie $p = \frac{F}{A}$ - siła nacisku
- pole nacisku

Jednostki $[Pa] = \left[\frac{N}{m^2} \right] = \left[\frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$

$1[bar] \approx 1[atm] = 0,1[MPa] = 760[mmHg]$

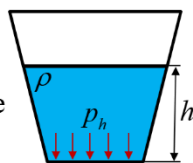
Ciśnienie hydrostatyczne (słupa cieczy)

$$p_h = \rho \cdot g \cdot h$$

ρ - gęstość cieczy

g - przyspieszenie ziemskie

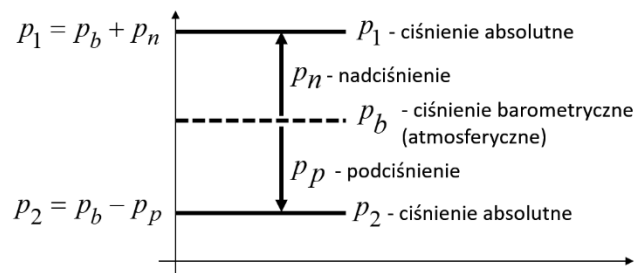
h - wysokość słupa cieczy



Ciśnienie statyczne p_s - gdy przyrząd pomiarowy porusza się razem z cieczą

Ciśnienie dynamiczne p_d - powstaje przez wyhamowanie cieczy $p_d = \frac{\rho \cdot v^2}{2}$

Ciśnienie absolutne p - mierzone względem próżni



Równanie stanu dla gazu doskonałego

Równanie Clapeyrona

$$\frac{pV}{T} = nR = mr = \text{const}$$

Praca

Praca absolutna - elementarna:

$$dL = F(x)dx = p(V)Adx = p(V)dV$$

Praca absolutna: $I + II + III$

$$L_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 dL = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = p_{sr}(V_2 - V_1) = p_{sr}\Delta V$$

Praca użyteczna: $I + II$

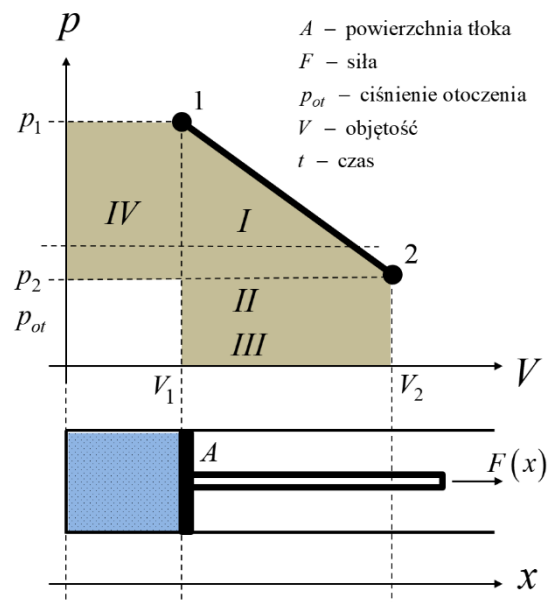
$$L_{u1 \rightarrow 2} = \int_{V_1}^{V_2} (p(V) - p_{ot})dV = L_{1 \rightarrow 2} - p_{ot}\Delta V$$

Praca techniczna: $I + IV$

$$L_{t1 \rightarrow 2} = - \int_{p_1}^{p_2} V(p)dp = -V_{sr}\Delta p$$

Moc pompy:

$$M = \frac{|L_{t1 \rightarrow 2}|}{\Delta t}$$



Ciepło właściwe – gaz doskonały

Ciepło właściwe: ilość ciepła potrzebna do zmiany jednostki masy o jednostkę temperatury

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Ciepło właściwe (gaz doskonały) $c_p = c_v + R$
przy stałej objętości i stałym ciśnieniu

$$c_v = \frac{f}{2} R \left[\frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad c_p = \frac{f+2}{2} R \left[\frac{J}{mol \cdot K} \right]$$

Ciepło właściwe (gaz rzeczywisty) $c_p = c_v + r$
przy stałej objętości i stałym ciśnieniu

$$c_v = \frac{f}{2} r \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] \quad c_p = \frac{f+2}{2} r \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Wkładnik izentropy $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$

gaz	f	c_v	c_p
jednoatomowy	3	$\frac{3}{2}R / \frac{3}{2}r$	$\frac{5}{2}R / \frac{5}{2}r$
dwuatomowy	5	$\frac{5}{2}R / \frac{5}{2}r$	$\frac{7}{2}R / \frac{7}{2}r$
trójatomowy	6	$\frac{6}{2}R / \frac{6}{2}r$	$\frac{8}{2}R / \frac{8}{2}r$

Q - ciepło doprowadzone do układu

m - masa

T - temperatura

f - stopnie swobody

R - uniwersalna stała gazowa

r - indywidualna stała gazowa

Ciepło właściwe – gaz półdoskonały

Średnie ciepło właściwe pomiędzy T_1 a T_2 :

$$\bar{c}_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT$$

Dla:

- gazu jednoatomowego: $c(T) = c_0$
- gazu dwuatomowego: $c(T) = c_0 + aT$
- gazu trójatomowego: $c(T) = c_0 + aT + bT^2$

$$c_0: \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

$$a: \left[\frac{J}{kg \cdot K^2} \right]$$

$$b: \left[\frac{J}{kg \cdot K^3} \right]$$

Ciepło właściwe – gaz rzeczywisty

$$T_1, T_2 \in \langle 200[K], 1500[K] \rangle$$

Ciepło właściwe dla T :

$$c_p(T) = \sum_{i=0}^{i=5} a_i T^i$$

Średnie ciepło właściwe pomiędzy T_1 a T_2 :

$$\bar{c}_p \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \sum_{i=0}^{i=5} \frac{a_i (T_2^{i+1} - T_1^{i+1})}{i+1}$$

gaz	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
		$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-9}$	$\cdot 10^{-12}$	$\cdot 10^{-15}$
wodór	9,1434	35045	-84611	94248	-48006	9152,7
azot	1059,5	-172,67	293,09	241,59	-351,96	98,505
tlen	972,24	-728,71	2565,2	-2865,0	1403,0	-255,53
dwutlenek węgla	464,26	1596,8	-1189,9	390,96	-10,574	-15,394
powietrze	1032,2	-297,38	810,76	-475,39	56,106	15,798
metan	2238,8	-3450,1	15736	-15610	6642,5	-1056,4

Ciepło

Ciepło: energia przekazywana między układami na skutek różnicy temperatur

$$Q = m \cdot c_V \cdot (T_2 - T_1) = m \cdot c_V \cdot \Delta T \quad \text{gdy } \Delta V = 0, \quad c_V = \text{const}$$

$$Q = m \cdot \overline{c_V} \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot \Delta T = m \cdot \int_{T_1}^{T_2} c_V(T) dT \quad \text{gdy } \Delta V = 0, \quad c_V \neq \text{const}$$

$$Q = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \cdot \Delta t \quad \text{gdy układ otwarty}$$

Pierwsza zasada termodynamiki

1 zasada termodynamiki dla układu zamkniętego

$$Q = \Delta U + L$$

Q - ciepło doprowadzone do układu
 U - energia wewnętrzna
 L - praca wewnętrzna

Entropia – wyrażenie Pfaffa

$$\Delta S = m \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = m \cdot \overline{c_p} \cdot \ln \left| \frac{T_2}{T_1} \right|$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} + S_{\text{prod}}$$

S - entropia

S_{prod} - entropia wytworzona (straty na tarcie itp.)

Parametry jednostkowe

$$q = \frac{Q}{m}, \quad u = \frac{U}{m}, \quad s = \frac{S}{m}, \quad \dots$$

q - ciepło właściwe
 u - energia wew. właściwa
 s - entropia właściwa

$$\Delta U = m \int_{T_1}^{T_2} c_V(T) dt = m \overline{c_V} \Big|_{T_1}^{T_2} \Delta T$$

dla gazu doskonałego:

$$\Delta U = \frac{f}{2} n R \Delta T = m c_V \Delta T$$

Przemiany

adiabaticzna: $Q = 0$

odwracalna: $S_{\text{prod}} = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{izentropowa: } Q = 0 \\ S_{\text{prod}} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta S = 0$$

Praca maksymalna

$$L_{\text{max}} = -\Delta U + T_{\text{ot}} \cdot \Delta S$$

1 zasada termodynamiki dla układu otwartego

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} = q \dot{m} \text{ - strumień ciepła doprowadzonego}$$

$$\dot{Q} = \Delta \dot{H}_C + \dot{L}_t \quad \dot{H}_C = \frac{H_C}{t} = h_C \dot{m} \text{ - strumień entalpii całkowitej}$$

$$\dot{L}_t = \frac{L_t}{t} = l_t \dot{m} \text{ - strumień pracy technicznej (} M \text{ - moc wew.)}$$

Entalpia całkowita

$$H_C = H + E_k + E_p =$$

H - entalpia uogólniona
 E_k - energia kinetyczna (pomijalna gdy $v < 40 \left[\frac{m}{s} \right]$)
 E_p - energia potencjalna (zwykle pomijalna)

$$= m h + \frac{m v^2}{2} + m g z$$

Entalpia uogólniona

$$\Delta H = m \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT = m \cdot \overline{c_p} \cdot \Delta T = \Delta U + \Delta(pV)$$

Sprawność wewnętrzna

$$\eta = \frac{M}{\dot{Q}_1 + \dot{H}_{C1}}$$

Wykres pasmowy (Sankeya)

